"皖南八校"2017届高三第二次联考·数学(文科)
参考答案、解析及评分细则

1.C　2.B　3.C　4.B　5.B　6.A　7.A　8.C　9.C　10.A　11.B　12.D

13.2　14.5　15.$\frac{4}{3}$　16.$\left[\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$

17.解:(Ⅰ)$\because b_n=\frac{1}{S_n}, a_2\cdot b_2=\frac{5}{8}, S_5=\frac{35}{2}$,

$\therefore\begin{cases}(a_1+d)\left(\frac{1}{2a_1+d}\right)=\frac{5}{8},\\ a_1+2d=\frac{7}{2}\end{cases}$ 解得:$\begin{cases}a_1=\frac{3}{2},\\ d=1.\end{cases}$

$a_n=n+\frac{1}{2}, b_n=\frac{2}{n(n+2)}$. ……………………………………………………………… 6分

(Ⅱ)$b_1+b_2+\cdots+b_n=\frac{2}{1\times3}+\frac{2}{2\times4}+\frac{2}{3\times5}+\cdots+\frac{2}{n(n+2)}$

$=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}<\frac{3}{2}$. ……………… 12分

18.解:(Ⅰ)$\overline{x}=\frac{1}{10}(72+81+81+83+85+87+87+90+93+101)=86$, ………………………………… 2分

$s^2=\frac{1}{10}[(72-86)^2+(81-86)^2+(81-86)^2+(83-86)^2+(85-86)^2+(87-86)^2+(87-86)^2+(90-86)^2$

$+(93-86)^2+(101-86)^2]$

$=\frac{1}{10}(196+25+25+9+1+1+1+16+49+225)=54.8$. ……………………………………………… 5分

(Ⅱ)记甲班获优秀等次的三名学生分别为:A_1,A_2,A_3,

乙班获优秀等次的四名学生分别为:B_1,B_2,B_3,B_4.

记随机抽取2人为事件A,这两人恰好都来自甲班为事件B.

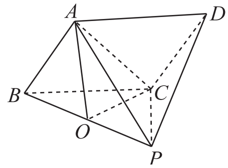
事件A所包含的基本事件有:$\{A_1,A_2\},\{A_1,A_3\},\{A_1,B_1\},\{A_1,B_2\},\{A_1,B_3\},\{A_1,B_4\},\{A_2,A_3\}$,

$\{A_2,B_1\},\{A_2,B_2\},\{A_2,B_3\},\{A_2,B_4\},\{A_3,B_1\},\{A_3,B_2\},\{A_3,B_3\},\{A_3,B_4\},\{B_1,B_2\},\{B_1,B_3\}$,

$\{B_1,B_4\},\{B_2,B_3\},\{B_2,B_4\},\{B_3,B_4\}$共21个, ……………………………………………………… 8分

事件B所包含的基本事件有:$\{A_1,A_2\},\{A_1,A_3\},\{A_2,A_3\}$共3个, ……………………………………… 10分

所以 $P(B)=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$. …………………………………………………………………… 12 分



19.(Ⅰ)证明:设 BP 的中点为 O,连接 AO,CO,

$\therefore AO\perp BP$,$OC\perp BP$,又 $AO\cap CO=O$,AO,$CO\subset$ 平面 AOC,

$\therefore BP\perp$ 平面 AOC,又 $AC\subset$ 平面 AOC,$\therefore BP\perp AC$. ………………………………… 5 分

(Ⅱ)解:$\triangle AOC$ 中,$AO=\sqrt{3}$,$CO=\sqrt{3}$,$AC=\sqrt{6}\Rightarrow AO\perp CO$,

又 $AO\perp BP$,$BP\cap CO=O$,BP,$CO\subset$ 平面 BPC,$\therefore AO\perp$ 平面 BPC,

$V_{A-BPC}=\frac{1}{3}S_{\triangle BPC}\cdot AO=1$,$V_{P-ABCD}=2V_{A-BPC}=2$. …………………………………… 12 分

20.解:(Ⅰ)$k_{AP}\cdot k_{BP}=-\frac{1}{4}\Rightarrow\left.\begin{matrix}\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{4},\\ a=2,\end{matrix}\right\}\Rightarrow b=1$

椭圆 C:$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………………………………………………… 4 分

(Ⅱ)$k_1\cdot k_2=k_{OM}\cdot k_{ON}=-\frac{1}{4}$,设 $k_{OM}=k\Rightarrow k_{ON}=-\frac{1}{4k}$,

l_{OM}:$y=kx$,l_{ON}:$y=-\frac{x}{4k}$,

$x_M^2=\frac{4}{4k^2+1}$,$y_M^2=\frac{4k^2}{4k^2+1}\Rightarrow|\overrightarrow{OM}|^2=\frac{4k^2+4}{4k^2+1}$,

$x_N^2=\frac{16k^2}{4k^2+1}$,$y_N^2=\frac{1}{4k^2+1}\Rightarrow|\overrightarrow{ON}|^2=\frac{16k^2+1}{4k^2+1}$, ………………………………………………… 8 分

(法一):$|\overrightarrow{ON}|\cdot|\overrightarrow{OM}|=\sqrt{\left(\frac{4k^2+4}{4k^2+1}\right)\left(\frac{16k^2+1}{4k^2+1}\right)}=2\sqrt{1+\frac{9}{16k^2+\frac{1}{k^2}+8}}\leqslant\frac{5}{2}$. ……………………… 12 分

(法二):$|\overrightarrow{ON}|^2\cdot|\overrightarrow{OM}|^2=\left(\frac{4k^2+4}{4k^2+1}\right)\left(\frac{16k^2+1}{4k^2+1}\right)=-\left(\frac{3}{4k^2+1}\right)^2+3\frac{3}{4k^2+1}+4$,

令 $\frac{3}{4k^2+1}=t$,$0<t<3$,$|\overrightarrow{ON}|\cdot|\overrightarrow{OM}|=\sqrt{-t^2+3t+4}$ 当 $t=\frac{3}{2}$ 时最大,最大值为 $\frac{5}{2}$. ………………… 12 分

(法三):$|\overrightarrow{ON}|^2+|\overrightarrow{OM}|^2=\frac{4k^2+4}{4k^2+1}+\frac{16k^2+1}{4k^2+1}=5$,$|\overrightarrow{ON}|\cdot|\overrightarrow{OM}|\leqslant\frac{|\overrightarrow{ON}|^2+|\overrightarrow{OM}|^2}{2}=\frac{5}{2}$. …………… 12 分

21.解:(Ⅰ)当 $a=1$ 时,$f(x)=e^x-x^2-2x-1$,$f(-1)=\frac{1}{e}$,所以切点坐标为 $\left(-1,\frac{1}{e}\right)$,

$f'(x)=e^x-2x-2$,所以 $f'(-1)=\frac{1}{e}$,

故曲线 $y=f(x)$在点$(-1,f(-1))$处的切线方程为:

$y-\frac{1}{e}=\frac{1}{e}(x-(-1))$,即 :$y=\frac{1}{e}x+\frac{2}{e}$. …………………………………………………………………… 4 分

(Ⅱ)$f(x)=e^x-ax^2-2ax-1$ 求导得:$f'(x)=e^x-2ax-2a$,………………………………………………………… 5 分

令 $g(x)=f'(x)=e^x-2ax-2a$,$g'(x)=e^x-2a\quad(x>0)$

①当 $2a\leqslant 1$,即 $a\leqslant\frac{1}{2}$时,$g'(x)=e^x-2a>1-2a\geqslant 0$,

所以 $g(x)=f'(x)=e^x-2ax-2a$ 在$(0,+\infty)$上为增函数,$g(x)>g(0)=1-2a\geqslant 0$,

即 $g(x)=f'(x)\geqslant 0$,所以 $f(x)=e^x-ax^2-2ax-1$ 在$(0,+\infty)$上为增函数,

所以 $f(x)>f(0)=1-0-0-1=0$,故即 $a\leqslant\frac{1}{2}$时符合题意. ………………………………………………… 8 分

②当 $2a>1$,即 $a>\frac{1}{2}$时,令 $g'(x)=e^x-2a=0$,得 $x=\ln 2a>0$,

x	$(0,\ln 2a)$	$\ln 2a$	$(\ln 2a,+\infty)$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	减函数	极小值	增函数

当 $x\in(0,\ln 2a)$时,$g(x)<g(0)=1-2a<0$,即 $f'(x)<0$,

所以 $f(x)$在$(0,\ln 2a)$为减函数,所以 $f(x)<f(0)=0$,与条件矛盾,故舍去. ………………………… 11 分

综上,a 的范围是$\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$. …………………………………………………………………………… 12 分

22. 解:(Ⅰ)C_2 是圆,C_2 的极坐标方程 $\rho^2-2\rho\cos\theta-3=0$,

化为普通方程:$x^2+y^2-2x-3=0$ 即:$(x-1)^2+y^2=4$. ………………………………………………… 4 分

(Ⅱ)P 的极坐标$\left(\sqrt{2},\frac{\pi}{4}\right)$平面直角坐标为$(1,1)$在直线 C_1 上,

将 C_1 的参数方程为$\begin{cases}x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数)代入 $x^2+y^2-2x-3=0$ 中得:

$\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2+\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2-2\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}t\right)-3=0$ 化简得:

$t^2+\sqrt{2}t-3=0$ 设两根分别为 t_1,t_2,

由韦达定理知:$\begin{cases} t_1+t_2=-\sqrt{2}, \\ t_1\cdot t_2=-3, \end{cases}$

所以 AB 的长 $|AB|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{2+12}=\sqrt{14}$, ………………………………………… 8 分

定点 P 到 A,B 两点的距离之积 $|PA|\cdot|PB|=|t_1t_2|=3$. ………………………………………… 10 分

23. 解:(Ⅰ) $f(x)=|x-1|+|2x+4|=\begin{cases} -3x-3, x\leqslant -2, \\ x+5, -2<x\leqslant 1, \\ 3x+3, x>1. \end{cases}$

所以:当 $x\leqslant -2$ 时,$y\in[3,+\infty)$;当 $-2<x\leqslant 1$ 时,$y\in(3,6]$;当 $x>1$ 时,$y\in(6,+\infty)$.

综上,$y=f(x)$ 的最小值是 3. ………………………………………………………………………… 4 分

(Ⅱ) $f(x)=|x-1|+|2x+4|$,

令 $g(x)=f(x)-6=\begin{cases} -3x-9, x\leqslant -2, \\ x-1, -2<x\leqslant 1, \\ 3x-3, x>1, \end{cases}$

① $\begin{cases} x\leqslant -2, \\ |-3x-9|\leqslant 1, \end{cases}$ 解得:$x\in\left[-\frac{10}{3},-\frac{8}{3}\right]$,

② $\begin{cases} -2<x\leqslant 1, \\ |x-1|\leqslant 1, \end{cases}$ 解得:$x\in[0,1]$,

③ $\begin{cases} x>1, \\ |3x-3|\leqslant 1, \end{cases}$ 解得:$x\in\left(1,\frac{4}{3}\right]$,

综上,不等式 $|f(x)-6|\leqslant 1$ 的解集为:$\left[-\frac{10}{3},-\frac{8}{3}\right]\cup[0,1]\cup\left(1,\frac{4}{3}\right]=\left[-\frac{10}{3},-\frac{8}{3}\right]\cup\left[0,\frac{4}{3}\right]$. ……

…………………………………………………………………………………………………… 10 分

欢迎将本卷使用情况、优秀建议发至邮箱:kyyfzx@163.com。